



۱- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^2 - 1}$ باشد، مقدار m کدام است؟ ($m \in \mathbb{N}$)

۳۰ (۴)

۱۰ (۳)

۲۰ (۲)

۴۰ (۱)

پاسخ: ۱

راه اول:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1}{x+1} = \frac{m}{2} \Rightarrow \frac{m}{2} = 20 \Rightarrow m = 40$$

راه دوم: (هوپیتال)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{mx^{m-1}}{2x} = \frac{m}{2} = 20 \Rightarrow m = 40$$

۲- در یک مسابقه اتومبیل رانی احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود و به خط پایان نیز برسد، $0/3$ است. و احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود، $0/5$ است. اگر یک اتومبیل دچار نقص فنی نشده باشد با چه احتمالی به خط پایان می‌رسد؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{4}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۱)

پاسخ: ۱

با توجه به داده‌های سؤال می‌توانیم بگوییم:

$A \Leftarrow$ پیشامد این که اتومبیل دچار نقص فنی نشود.

$B \Leftarrow$ پیشامد این که اتومبیل به خط پایان برسد.

$P(A) = 0/5$

$P(A \cap B) = 0/3$

$\Rightarrow P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0/3}{0/5} = \frac{3}{5}$

۳- اگر $P(A | B) = \frac{1}{4}$, $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{1}{3}$ باشد، آن گاه $1 - P(A \cup B)$ کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{2}{4}$ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: ۲

داده‌های مسئله را می‌نویسیم:

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(B) = \frac{1}{3}, \quad P(A|B) = \frac{1}{4}$$

پس:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{3}} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

حالا باید $P(A \cup B)$ را حساب کنیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{6+4-1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

F-۴ و A و B دو پیشامد ناسازگار هستند، اگر $P(A - B) = \frac{4}{10}$ و $P(A|B') = \frac{5}{10}$ باشد، مقدار $P(B - A)$ کدام است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

۵ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۲)

$\frac{4}{5}$ (۱)

پاسخ: ۴

* نکته: $P(A - B) = P(A \cap B')$

پس داریم:

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{\frac{4}{10}}{P(B')} \Rightarrow P(B') = \frac{4}{5}$$

A و B ناسازگارند یعنی $P(A \cap B) = 0$ پس $P(B - A) = P(B)$ بنابراین داریم:

$$P(B - A) = P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

۵- کیسه‌ای شامل ۳ مهره سفید، ۴ مهره زرد، ۵ مهره قرمز و ۳ مهره سیاه است. مهره‌ای از کیسه بیرون آورده و مشاهده

شده که قرمز نیست. احتمال آن که سیاه باشد کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{4}{10}$ (۳)

$\frac{3}{10}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

پاسخ: ۲

۳ مهر سفید، ۴ مهر زرد، ۵ مهر قرمز و ۳ مهر سیاه داریم. مهره را بیرون می آوریم و می دانیم که قرمز نیست؛ پس از بین ۳ مهره سفید، ۴ مهره زرد و ۳ مهره سیاه (کل ۱۰ مهره) انتخاب شده است. پس احتمال سیاه بودن برابر $\frac{۳}{۱۰}$ است.

هم اکنون بیش از ۲۰۰ تست کاملاً رایگان در سایت لیموترش

www.limootorsh.com