



۱. مجموعه‌های $A = \{2\}$ و $B = \{3, 5, \{2\}\}$ و $C = \{\{2\}, 3, 5\}$ مفروض است، کدام بیان در مورد آن‌ها نادرست است؟

- (۱) $A \in B$
- (۲) $A \in C$
- (۳) $B \in C$
- (۴) $A \subseteq C$

پاسخ: ۲

تنها گزینه نادرست، گزینه ۲ است،

زیرا مجموعه C تنها دو عضو دارد که $\{\{2\}, 3, 5\}$ و ۲ هستند و $A = \{2\}$ عضو آن نیست:

پس داریم: $A \notin C$

۲. خطی با جهت مثبت محور افقی، زاویه 60° می‌سازد. اگر از نقطه $(\sqrt{5}, 2)$ بگذرد، عرض از مبدأ آن کدام است؟

- (۱) $2 + \sqrt{15}$
- (۲) $2 - \sqrt{15}$
- (۳) ۱
- (۴) $4 - \sqrt{15}$

پاسخ: ۲

خط با جهت مثبت محور x زاویه 60° می‌سازد پس شیب خط راست را به دست می‌آوریم:

$$a = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

معادله‌اش به صورت $y = ax + b$ است یعنی:

$$y = \sqrt{3}x + b$$

حالا باید مختصات نقطه $(\sqrt{5}, 2)$ را در معادله قرار دهیم:

$$y = \sqrt{3}x + b \xrightarrow{(\sqrt{5}, 2)} 2 = \sqrt{3}(\sqrt{5}) + b \rightarrow b = 2 - \sqrt{15}$$

۳. حاصل عبارت زیر کدام است؟

- (۱) ۷۵
 - (۲) ۸۰
 - (۳) ۸۵
 - (۴) ۹۰
- $$(\sqrt{5} \sin x + 6 \cos x)^2 + (6 \sin x - \sqrt{5} \cos x)^2$$

پاسخ: گزینه ۳

اول باید هر کدام از پرانتزها را به توان ۲ برسانیم:

$$(\sqrt{5} \sin x + 6 \cos x)^2 + (6 \sin x - \sqrt{5} \cos x)^2 = 49 \sin^2 x + 84 \sin x \cos x + 36 \cos^2 x + 36 \sin^2 x - 84 \sin x \cos x + 49 \cos^2 x$$

$$\cos^2 x = 85 \sin^2 x + 85 \cos^2 x = 85 (\sin^2 x + \cos^2 x) = 85$$

۴. دنباله $t_n = -4n^2 + 29n$ چند جمله مثبت دارد؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

جمله عمومی دنباله را بزرگتر از صفر قرار می‌دهیم:

$$-4n^2 + 29n > 0 \rightarrow n(-4n + 29) > 0 \xrightarrow{n > 0} -4n + 29 > 0 \rightarrow -4n > -29 \rightarrow n < \frac{29}{4}$$

حالا چون $n \in \mathbb{N}$ است از $n < \frac{29}{4}$ نتیجه می‌گیریم که $1 \leq n \leq 7$ است. پس دنباله ۷ جمله مثبت دارد.

۵. اگر رابطه $f = \{(a, 3), (5, a^2 - 1), (2, -1), (5, 3), (2, b)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a^2 + 4b + 1$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

در اینگونه مسائل ابتدا دنباله زوج مرتب‌هایی با مؤلفه‌های اول یکسان برای بررسی تابع بودن می‌گردیم:

$$\begin{cases} (5, a^2 - 1) \in f \\ (5, 3) \in f \end{cases} \Rightarrow a^2 - 1 = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2, -1) \in f \\ (2, b) \in f \end{cases} \Rightarrow b = -1$$

خب در این جا دو مقدار برای a وجود دارد پس باید ببینیم به ازای کدامشان رابطه، تابع است؛

به ازای $a = 2$ زوج مرتب $(a, 3)$ می‌شود $(2, 3)$ و چون $(-1, 2)$ هم داریم، پس رابطه به ازای $a = 2$ تابع نیست، پس $a = -2$ و $b = -1$ قابل قبول است.

پس داریم:

$$a^2 + 4b + 1 = (-2)^2 + 4(-1) + 1 = 1$$

هم اکنون بیش از ۲۰۰ تست کاملاً رایگان در سایه لیموترش

www.limootoorsh.com