

۱- تابع  $f(x) = \left\lfloor \frac{\sqrt{2x}}{5} \right\rfloor$  در کدام نقطه پیوسته است؟

x=5000 (۴)

x=5 (۳)

x=50 (۲)

x=1215 (۱)

پاسخ: ۳

در  $x=1215$ ،  $x=50$  و  $x=5000$  مقدار عبارت  $\frac{\sqrt{2x}}{5}$  صحیح می‌شود پس تابع  $f(x)$  در این نقطه‌ها پیوسته نیست.

در نقطه  $x=5$  مقدار عبارت  $\frac{\sqrt{2x}}{5}$  صحیح نیست پس تابع  $f(x)$  در این نقطه پیوسته است.

۲- تابع  $f(x) = \begin{cases} x^4 - 4x & x^6 = x^2 \\ x^4 + 4x & x^6 \neq x^2 \end{cases}$  در چند نقطه ناپیوسته است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ۱

توجه کن که:

$$x^6 = x^2 \Rightarrow x = \pm 1, x = 0$$

ضابطه تابع به شکل زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} x^4 - 4x & x = 0 \text{ یا } x = \pm 1 \\ x^4 + 4x & x \neq 0 \text{ یا } x \neq \pm 1 \end{cases}$$

پس:

$$f(x) = \begin{cases} x^4 + 4x & x \neq 0 \text{ یا } x \neq \pm 1 \\ -3 & x = 1 \\ 0 & x = 0 \\ 5 & x = -1 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)} (x^4 + 4x) = -3 \neq f(-1) = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^4 + 4x) = 0 = f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^4 + 4x) = 5 \neq f(1) = -3$$

پس تابع در  $x=1$  و  $x=-1$  ناپیوسته است.

۳- به ازای کدام مقدار  $m$  تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{m}{x-1} & x < -2 \\ \frac{x+2m}{x+3} & x \geq -2 \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است؟

$\frac{7}{3}$  (۴)

$\frac{7}{6}$  (۳)

$\frac{6}{7}$  (۲)

$\frac{3}{7}$  (۱)

پاسخ: ۲

تابع روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است پس در  $x = -2$  هم پیوسته است. بنابراین حدهای چپ و راست تابع و مقدار تابع در این نقطه برابرند:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{m}{x-1} = \frac{m}{-3}$$

$$f(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x+2m}{x+3} = \frac{-2+2m}{-2+3} = 2m-2$$

پس داریم:

$$2m-2 = \frac{m}{-3} \Rightarrow m = \frac{6}{7}$$

۴- تابع  $f(x) = \frac{2[x]}{\sqrt{4x-x^2}}$  در کدام نقاط از دامنه‌اش ناپیوسته است؟

۵ و ۴ و ۳ (۴)

۴ و ۳ و ۲ (۳)

۳ و ۲ و ۱ (۲)

۲ و ۱ (۱)

پاسخ: ۲

اول باید دامنه تابع را پیدا کنیم.

$$4x - x^2 > 0 \Rightarrow 0 < x < 4$$

پس دامنه تابع بازه  $(0, 4)$  است. در نقطه‌های صحیح این بازه تابع ناپیوسته است.

پس تابع در نقطه‌های  $x=1$ ،  $x=2$  و  $x=3$  ناپیوسته است.

۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^7+1}{x^9+1}$  کدام است؟

$\frac{7}{9}$  (۴)

$\frac{9}{7}$  (۳)

$\frac{7}{5}$  (۲)

$\frac{5}{7}$  (۱)

پاسخ: ۴

راه اول:

صورت و مخرج را تجزیه و عامل  $x+1$  را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^7 + 1}{x^9 + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^6 - x^5 + \dots + x^2 - x + 1)}{(x+1)(x^8 - x^7 + \dots + x^2 - x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^6 - x^5 + \dots + x^2 - x + 1}{x^8 - x^7 + \dots + x^2 - x + 1} = \frac{7}{9}$$

راه دوم:

از قاعده هوییتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^7 + 1}{x^9 + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^6 + 1}{9x^8 + 1} = \frac{7}{9}$$

هم اکنون بیش از ۲۰۰ تست کاملاً رایگان در سایت لیموترش

[www.limootorsh.com](http://www.limootorsh.com)