

۱- تابع $f(x) = \left[\frac{\sqrt{2x}}{5} \right]$ در کدام نقطه پیوسته است؟

$x=5000$ (۴)

$x=5$ (۳)

$x=50$ (۲)

$x=1215$ (۱)

پاسخ: ۳

در $x=1215$ ، $x=50$ و $x=5000$ مقدار عبارت $\frac{\sqrt{2x}}{5}$ صحیح می‌شود پس تابع $f(x)$ در این نقطه‌ها پیوسته نیست.

در نقطه $x=5$ مقدار عبارت $\frac{\sqrt{2x}}{5}$ صحیح نیست پس تابع $f(x)$ در این نقطه پیوسته است.

۲- تابع $f(x) = \begin{cases} x^6 - 4x & x^6 = x^2 \\ x^6 + 4x & x^6 \neq x^2 \end{cases}$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ۱

توجه کن که:

$$x^6 = x^2 \Rightarrow x = \pm 1, x = 0$$

ضابطه تابع به شکل زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} x^6 - 4x & x = 0 \text{ یا } x = \pm 1 \\ x^6 + 4x & x \neq 0 \text{ یا } x \neq \pm 1 \end{cases}$$

پس:

$$f(x) = \begin{cases} x^6 + 4x & x \neq 0 \text{ یا } x \neq \pm 1 \\ -3 & x = 1 \\ 5 & x = 0 \\ 5 & x = -1 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)} (x^6 + 4x) = -3 \neq f(-1) = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^6 + 4x) = 0 = f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^6 + 4x) = 5 \neq f(1) = -3$$

پس تابع در $x=1$ و $x=-1$ ناپیوسته است.

۳- به ازای کدام مقدار m تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{m}{x-1} & x < -2 \\ \frac{x+2m}{x+3} & x \geq -2 \end{cases}$ روی \mathbb{R} پیوسته است؟

$\frac{7}{3}$ (۴)

$\frac{7}{6}$ (۳)

$\frac{6}{7}$ (۲)

$\frac{3}{7}$ (۱)

پاسخ: ۲

تابع روی \mathbb{R} پیوسته است پس در $x = -2$ هم پیوسته است. بنابراین حدهای چپ و راست تابع و مقدار تابع در این نقطه برابرند:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{m}{x-1} = \frac{m}{-3}$$

$$f(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x+2m}{x+3} = \frac{-2+2m}{-2+3} = 2m - 2$$

پس داریم:

$$2m - 2 = \frac{m}{-3} \Rightarrow m = \frac{6}{7}$$

۴- تابع $f(x) = \frac{2|x|}{\sqrt{4x-x^2}}$ در کدام نقاط از دامنه‌اش ناپیوسته است؟

۵ و ۴ و ۳ (۴)

۴ و ۳ و ۲ (۳)

۳ و ۲ و ۱ (۲)

۲ و ۱ (۱)

پاسخ: ۲

اول باید دامنه تابع را پیدا کنیم.

$$4x - x^2 > 0 \Rightarrow 0 < x < 4$$

پس دامنه تابع بازه $(0, 4)$ است. در نقطه‌های صحیح این بازه تابع ناپیوسته است.

پس تابع در نقطه‌های $x=1$ ، $x=2$ و $x=3$ ناپیوسته است.

۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^y+1}{x^y+1}$ کدام است؟

$\frac{7}{9}$ (۴)

$\frac{9}{7}$ (۳)

$\frac{7}{5}$ (۲)

$\frac{5}{7}$ (۱)

پاسخ: ۴

راه اول:

صورت و مخرج را تجزیه و عامل $x+1$ را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^7 + 1}{x^9 + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^6 - x^5 + \dots + x^2 - x + 1)}{(x+1)(x^8 - x^7 + \dots + x^2 - x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^6 - x^5 + \dots + x^2 - x + 1}{x^8 - x^7 + \dots + x^2 - x + 1} = \frac{7}{9}$$

راه دوم:

از قاعده هویتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^7 + 1}{x^9 + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^6 + 1}{9x^8 + 1} = \frac{7}{9}$$

هم اکنون بیش از ۲۰۰ تست کاملاً رایگان در سایت لیموترش

www.limootoorsh.com