

۱- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^2 - 1}$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟ ( $m \in \mathbb{N}$ )

۳۰ (۴)

۱۰ (۳)

۲۰ (۲)

۴۰ (۱)

پاسخ: ۱

راه اول:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1}{x+1} = \frac{m}{2} \Rightarrow \frac{m}{2} = 20 \Rightarrow m = 40$$

راه دوم: (هویتال)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{mx^{m-1}}{2x} = \frac{m}{2} = 20 \Rightarrow m = 40$$

۲- اگر  $\frac{5n+1}{2} = \binom{n+2}{n}$  باشد، حاصل  $23 + \binom{12}{n}$  کدام است؟

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: ۴

اولین کار این است که باید  $\binom{n+2}{n}$  را ساده کنیم:

$$\binom{n+2}{n} = \binom{n+2}{2} = \frac{(n+2)!}{2!n!} = \frac{(n+2)(n+1)}{2} \Rightarrow \frac{(n+2)(n+1)}{2} = \frac{5n+1}{2} \Rightarrow n^2 + 3n + 2 = 5n + 1 \Rightarrow n^2 - 2n + 1 = 0 \Rightarrow (n-1)^2 = 0 \Rightarrow n = 1$$

پس حالا خیلی راحت مسئله را حل می‌کنیم:

$$23 + \binom{12}{1} = 23 + 12 = 35$$

۳- کیسه‌ای محتوی ۵ مهره قرمز متمایز، ۳ مهره زرد متمایز و ۴ مهره آبی متمایز است. اگر ۴ مهره از این کیسه خارج

کنیم، در چند حالت چهار مهره هم‌رنگ خواهد بود؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)



پاسخ: ۳

برای این که ۴ مهره هم رنگ باشند باید یا هر چهارتا از ۵ مهره قرمز یا هر چهارتا از ۴ مهره آبی انتخاب شوند. (به دلیل اینکه فقط ۳ مهره زرد داریم ممکن نیست ۴ مهره زرد باشند)

$$\binom{5}{4} + \binom{4}{4} = 5 + 1 = 6$$

۴- ۸ نفر را به چند طریق می توان به دو تیم فوتبال ۴ نفره با نام های m و n تقسیم کرد؟

- ۶۵ (۱)
- ۷۰ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۱۱۰ (۴)

پاسخ: ۲

می خواهیم ۸ نفر را به دو تیم ۴ نفره تقسیم کنیم پس تعداد حالت برابر:

$$\frac{8!}{4!4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$

۵- حاصل عبارت  $\binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4}$  کدام است؟

- ۳۰ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۳۵ (۳)
- ۲۰ (۴)

پاسخ: ۱

این هم از راحت ترین تست آزمون:

$$\binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} = 5 + 10 + 10 + 5 = 30$$

هم اکنون بیش از ۲۰۰ تست کاملاً رایگان در سایه لیموترش

www.limootorsh.com